

MATEMATYKA

III etap edukacyjny. Cele kształcenia – wymagania ogólne

Próba interpretacji zapisów z Podstawy programowej

Anna Dubiecka

Autorka publikacji, uczestnik projektu „Wdrożenie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego wszystkich typów szkół” – komponent „Przeszkolenie wojewódzkich ekspertów przedmiotowych”.

Spis treści

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	2
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji	3
III. Modelowanie matematyczne	6
IV. Użycie i tworzenie strategii	7
V. Rozumowanie i argumentacja	8
Literatura	9

Nową podstawę programową z matematyki na każdym etapie edukacji podzielono na dwie części. W pierwszej części określono podstawowe obszary umiejętności matematycznych w obrębie których opisano cele kształcenia – wymagania ogólne. W drugiej części podano wymagania szczegółowe, opisujące co należy nauczyć przeciętnego ucznia na danym etapie edukacji.

W *Podstawie programowej kształcenia ogólnego dla gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych*..... z dnia 23 grudnia 2008 roku sformułowano dla III etapu edukacji wymagania ogólne z matematyki w pięciu obszarach umiejętności.

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji

Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji

Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

III. Modelowanie matematyczne

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.

IV. Użycie i tworzenie strategii

Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.

V. Rozumowanie i argumentacja

Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

W pierwszym okresie wdrażania podstawy programowej warto doprecyzować, jakie umiejętności powinien posiadać uczeń, aby sprostać opisanym wymaganiom. Ponie-

waż takie same obszary umiejętności opisano w szczegółowym omówieniu standardów wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego z matematyki od roku 2010, dlatego warto wykorzystać te opisy i zmodyfikować je tak, aby przystawały do wymagań szczegółowych z III etapu edukacji.

Poniżej przedstawiam efekty takiej modyfikacji oraz podaję przykłady zadań podczas rozwiązywania których uczeń wykazuje się umiejętnościami z danego obszaru wymagań ogólnych. W wielu zadaniach uczeń podczas rozwiązywania musi wykazać się wieloma umiejętnościami, które można przyporządkować do różnych obszarów. W takich przypadkach z zakwalifikowaniu zadania do zadań badających umiejętność z danego obszaru decyduje umiejętność dominująca.

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji

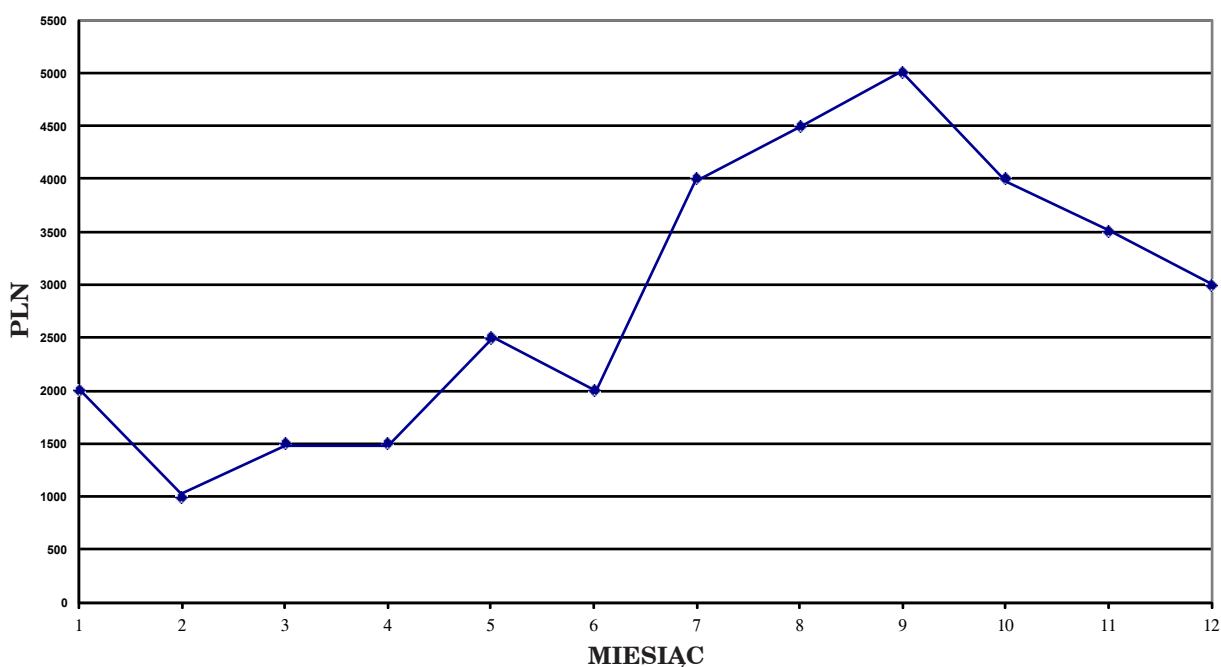
Uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

Uczeń:

- interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki,
- używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników,
- odczytuje informacje bezpośrednio wynikające z treści zadania,
- stosuje podany wzór lub podany przepis postępowania,
- wykonuje rutynową procedurę dla typowych danych,
- przejrzysto zapisuje przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź,
- wykonuje rutynową procedurę na niekoniecznie typowych danych,
- odczytuje informację z wykorzystaniem więcej niż jednej postaci danych,
- precyzyjnie przedstawia przebieg swojego rozumowania.

Przykład I.1

Wykres przedstawia zysk osiągnięty przez pewną firmę w poszczególnych miesiącach 2008 roku.



Na podstawie wykresu uzupełnij zdania.

- a) Największy zysk firma miała w miesiącu i wyniósł on zł.
- b) Średni miesięczny zysk firmy w II kwartale roku wyniósł zł.
- c) Średni miesięczny zysk firmy w IV kwartale roku wyniósł zł.

Przykład I.2

Liczba przekątnych w n -kącie opisana jest wyrażeniem $\frac{n(n-3)}{2}$. Oblicz liczbę przekątnych dwunastokąta.

Przykład I.3

Przedstaw wyrażenie w postaci potęgi.

- a) $((3^2)^3)^5 : 3^{10}$
- b) $9^5 \cdot 9^3 : 9^2$
- c) $(-5)^2 : (-5)^4 : (-5)^8$

Przykład I.4

Miary dwóch kątów trójkąta wynoszą 60° i 40° . Oblicz miarę trzeciego kąta tego trójkąta.

Przykład I.5

W rombie kąt ostry ma 40° . Jaka miarę ma kąt rozwarty w tym rombie?

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji

Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

Uczeń:

- poprawnie wykonuje działania na liczbach,
- przekształca wyrażenia algebraiczne, rozwiązuje niezbyt złożone równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą oraz układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi,
- odczytuje z wykresu własności funkcji, zaznacza punkty należące do wykresu funkcji opisanej nieskomplikowanym wzorem,
- znajduje stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych,
- wyznacza prawdopodobieństwo zdarzeń w prostych doświadczeniach losowych
- stosuje dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście,
- podaje przykład obiektu matematycznego spełniającego zadane warunki.

Przykład II.1

Oblicz wartość wyrażenia $(8,5 - 6\frac{1}{2}) : 1\frac{1}{3} + 2,6$.

Przykład II.2

Podnosząc $2\frac{1}{2}$ do trzeciej potęgi otrzymasz:

- A. $8\frac{1}{8}$ B. $7\frac{1}{2}$ C. $15\frac{5}{8}$ D. $8\frac{3}{8}$

Przykład II.3

Połącz w pary równe sumy, wpisując w tabeli pod literami odpowiednie numery.

- | | |
|----------------|------------------|
| A. $3 - 6a$ | 1. $-3x + (-6)$ |
| B. $-6 - 3x$ | 2. $3 + (-6)a$ |
| C. $-3x - 6a$ | 3. $-6 + (-3)x$ |
| D. $-3(x + 2)$ | 4. $-3x + (-6a)$ |

A	B	C	D

Przykład II.4

Wskaż równanie, którego rozwiązaniem jest liczba 6.

- A. $x - 3 = 2x$
- B. $-2x + 6 = -x$
- C. $-2x + 12 = -x$
- D. $-x + 3 = -2x$

Przykład II.5

Rozwiąż podany układ równań.

- a) $\begin{cases} 1,5x + 9 = y \\ y = 6x \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 4x + 3y - 10 = 0 \\ y + 2x - 4 = 0 \end{cases}$

Przykład II.6

Jedna z podstaw trapezu jest trzy razy dłuższa od drugiej. Wysokość trapezu ma długość 10 cm długości, a jego pole jest równe 120 cm^2 . Dłuższa podstawa trapezu jest równa:

- A. 6 cm
- B. 9 cm
- C. 12 cm
- D. 18 cm

Przykład II.7

Bok pewnego wielokąta foremnego ma 5 cm długości, a suma miar kątów wewnętrznych tego wielokąta jest równa 720° . Obwód tego wielokąta jest równy:

- A. 20 cm
- B. 30 cm
- C. 40 cm
- D. 60 cm

Przykład II.8

Podaj przykład liczby dwucyfrowej, która nie dzieli się przez 3, a jej cyfrą jedności jest 3.

Przykład II.9

Oblicz długość przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych 6 cm i 8 cm.

Przykład II.10

Doświadczenie polega na rzucie sześcienną kostką do gry typu:

Wypisz wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia.

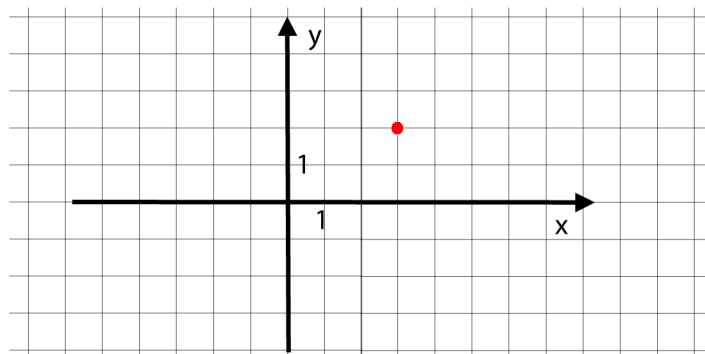
Wskaż wyniki sprzyjające zdarzeniu:

- A – wypadła liczba parzysta
- B – wypadła liczba większa od 0
- C – wypadła liczba podzielna przez 3
- D – wypadła liczba większa od 6

Dla każdego zdarzenia określ czy jest ono możliwe, prawdopodobne czy pewne.

Przykład II.11

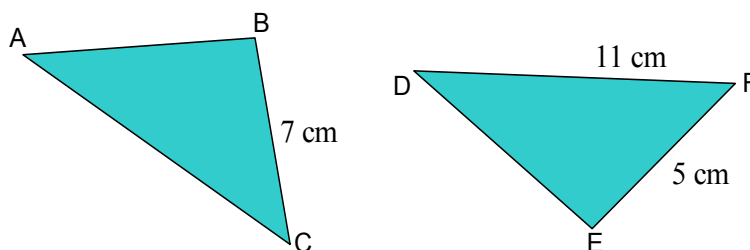
Który punkt zaznaczono w układzie współrzędnych?



- A. (0, 2) B. (3, 2) C. (3, 0) D. (2, 3)

Przykład II.12

Trójkąty ABC i DEF są przystające. Uzupełnij brakujące wielkości.



Oblicz obwód trójkąta ABC .

Przykład II.13

Środkiem symetrii odcinka jest:

- A. dowolny punkt tego odcinka
- B. jeden z końców tego odcinka
- C. środek tego odcinka
- D. punkt nie należący do odcinka

Przykład II.14

Dane są dwa odcinki o długości 5 cm i 7 cm. Jaka długość powinien mieć trzeci odcinek, aby były one długościami boków trójkąta?

Przykład II.15

Koszulka I gatunku jest 1,5 razy droższa od koszulki II gatunku.

Uzupełnij zdanie.

Cena koszulki II gatunku stanowi% ceny koszulki I gatunku.

Przykład II.16

Liczba przekątnych w n -kącie opisana jest wyrażeniem $\frac{n(n-3)}{2}$. Przedstaw na wykresie w prostokątnym układzie współrzędnych zależność pomiędzy liczbą boków a liczbą przekątnych wielokąta.

III. Modelowanie matematyczne

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.

Uczeń (także w sytuacjach praktycznych):

- podaje wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, interpretację geometryczną opisującą przedstawioną sytuację,
- przetwarza informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie zadania,
- ocenia przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model,
- buduje model matematyczny danej sytuacji, także praktycznej, również wymagający uwzględnienia niezbędnych ograniczeń i zastrzeżeń.

Przykład III.1

Stalowy pręt długości 4,5 m rozcięto na dwie części tak, że jedna jest 4 razy dłuższa niż druga. Opisz tę sytuację za pomocą równania z niewiadomą x .

a) Przyjmij, za x długość dłuższej części.

b) Przyjmij, za x długość krótszej części.

Przykład III.2

W wyborach prezydenckich w pewnym państwie brało udział trzech kandydatów. Pierwszy z nich uzyskał 60% głosów, drugi 25%, a trzeci 15% głosów. Frekwencja wyborcza wynosiła 50%. Przedstaw wyniki głosowania na wykresach kołowych (z uwzględnieniem i bez uwzględnienia frekwencji wyborczej).

Przykład III.3

Akwarium ma kształt prostopadłościanu. Wymiary jego podstawy to 75 cm i 55 cm, a pojemność jest równa $0,264 \text{ m}^3$. Jaka wysokość ma to akwarium?

Przykład III.4

Mama i córka mają łącznie 40 lat. Mama jest o 24 lata starsza od córki. Wskaż wyrażenie opisujące wiek córki.

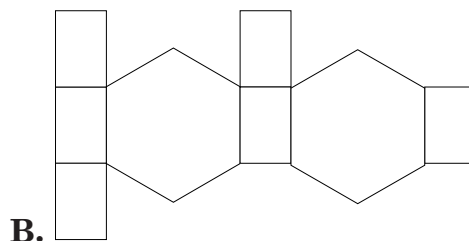
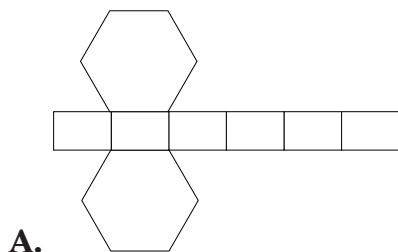
- A. $40 - 24$
- B. $(40 + 24) : 2$
- C. $(40 - 24) : 2$
- D. $40 - 24 : 2$

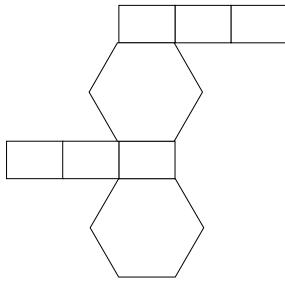
Przykład III.5

Dla grupy dzieci w przedszkolu zakupiono 24 pomarańcze, 36 mandarynek, 12 czekolad, 48 bananów i 60 batoników. Każde dziecko dostało taką samą ilość każdego z zakupionych produktów. Ile najwięcej dzieci mogła liczyć ta grupa?

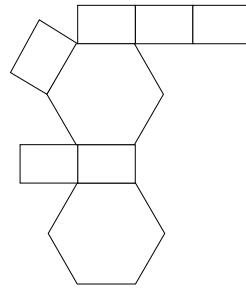
Przykład III.6

Wskaż, który z rysunków nie przedstawia siatki graniastostupa.





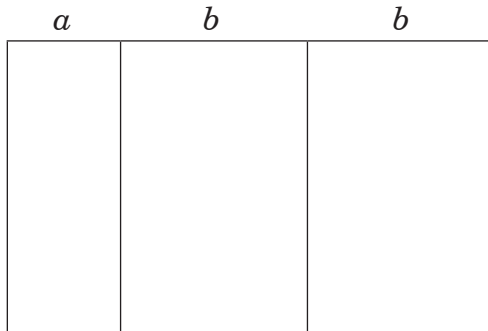
C.



D.

Przykład III.7

Oto powierzchnia boczna pewnego graniastosłupa.



Podstawą tego graniastosłupa jest:

- A. trójkąt równoboczny.
- B. trójkąt równoramienny.
- C. trójkąt rozwartokątny.

IV. Użycie i tworzenie strategii

Uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.

Uczeń:

- dobiera odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej,
- ustala zależności między podanymi informacjami,
- planuje kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu,
- krytycznie ocenia otrzymane wyniki,
- zaplanuje i wykonuje ciąg czynności prowadzących do rozwiązania problemu, nie wynikający wprost treści zadania.

Przykład IV.1

Liczba jest podzielna przez 11, jeśli różnica sumy cyfr stojących na miejscach nieparzystych i sumy cyfr stojących na miejscach parzystych (licząc od strony prawej) jest podzielna przez 11. Sprawdź czy podane liczby są podzielne przez 11.

- a) 132
- b) 2121
- c) 64441

Przykład IV.2

Przyjrzyj się, jak obliczono iloczyny pewnych liczb trzycyfrowych.

$$\begin{aligned} & \mathbf{103 \cdot 107} \\ 10 \cdot 11 &= 110 & 3 \cdot 7 &= 21 \\ 103 \cdot 107 &= 11021 \end{aligned}$$

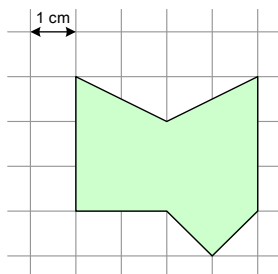
$$\begin{aligned} & \mathbf{104 \cdot 106} \\ 10 \cdot 11 &= 110 & 4 \cdot 6 &= 24 \\ 104 \cdot 106 &= 11024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{105 \cdot 105} \\ 10 \cdot 11 &= 110 & 5 \cdot 5 &= 25 \\ 105 \cdot 105 &= 11025 \end{aligned}$$

Sprawdź, czy podobnie można obliczyć iloczyn $102 \cdot 109$.

Przykład IV.3

Pole narysowanej figury wynosi:



- A. 11 cm^2 B. 12 cm^2 C. 13 cm^2 D. 14 cm^2

V. Rozumowanie i argumentacja

Uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

Uczeń:

- prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków,
- tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność,
- wyprowadza wniosek z prostego układu przesłanek i go uzasadnia,
- stosuje twierdzenie, które nie występuje w treści zadania,
- wyprowadza wniosek ze złożonego układu przesłanek i go uzasadnia,
- analizuje i interpretuje otrzymane wyniki,
- przeprowadza dowód.

Przykład V.1

Uzasadnij, że w trapezie prostokątnym suma miar kątów przy krótszej podstawie jest większa od sumy miar kątów przy dłuższej podstawie.

Przykład V.2

Uzasadnij, że pole prostokąta o bokach długości a, b ($a < b$) jest mniejsze od b^2 .

Przykład V.3

Uzasadnij, że suma długości przekątnych kwadratu jest większa od połowy jego obwodu, a mniejsza od obwodu.

Przykład V.4

Liczba przekątnych w n -kącie opisana jest wyrażeniem $\frac{n(n-3)}{2}$. Uzasadnij, że istnieje taki wielokąt, w którego liczba przekątnych jest równa liczbie boków.

W nauczaniu matematyki w gimnazjum nie może zabraknąć wystarczającej liczby ćwiczeń sprzyjających kształtowaniu umiejętności ze wszystkich pięciu obszarów wymagań ogólnych.

Należy pamiętać również o tym, że kształcenie wielu z tych umiejętności rozpoczyna się w szkole podstawowej. W podstawie programowej określono dla II etapu edukacji cztery obszary umiejętności matematycznych w obrębie, których opisano następujące cele kształcenia – wymagania ogólne:

I. Sprawność rachunkowa

Uczeń wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach, zna i stosuje algorytmy działań pisemnych oraz potrafi wykorzystać te umiejętności w sytuacjach praktycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji

Uczeń interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, rozumie i interpretuje odpowiednie pojęcia matematyczne, zna podstawową terminologię, formułuje odpowiedzi i prawidłowo zapisuje wyniki.

III. Modelowanie matematyczne

Uczeń dobiera odpowiedni model matematyczny do prostej sytuacji, stosuje poznane wzory i zależności, przetwarza tekst zadania na działania arytmetyczne i proste równania.

IV. Rozumowanie i tworzenie strategii

Uczeń prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.

Na IV etapie edukacji określono pięć takich samych obszarów umiejętności, jak dla III etapu edukacji. Tak wytyczone cele ogólne zapewniają spójność nauczania matematyki na wszystkich etapach edukacji i umożliwiają śledzenie rozwoju umiejętności poszczególnych uczniów.

Literatura

1. *Informator o egzaminie maturalnym od 2010 roku*, CKE, Warszawa 2008.