

Zeszyt metodyczny

Diagnoza wiadomości i umiejętności matematycznych uczniów na początku nauki w roku szkolnym 2020/2021

Spis treści

1. Wstęp.
2. Sprawdzian diagnostyczny po klasie drugiej szkoły ponadgimnazjalnej.
3. Sprawdzian diagnostyczny po klasie pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej.
4. Sprawdzian diagnostyczny po klasie pierwszej szkoły ponadpodstawowej.

Wstęp

We wrześniu 2020 roku rozpoczęliśmy pracę z uczniami po okresie kilkumiesięcznej pracy zdalnej kończącej rok szkolny 2019/2020.

Rozpoczęliśmy również drugi rok wprowadzania podstawy programowej w szkole ponadpodstawowej.

Ze względu na te uwarunkowania nauczyciele matematyki z IV Liceum Ogólnokształcącego w Radomiu uznali za zasadne przeprowadzenie diagnozy wiadomości i umiejętności uczniów we wszystkich klasach.

Prezentuję materiał diagnostyczny opracowany przez nauczycieli IV LO dla klas drugich i trzecich szkoły ponadgimnazjalnej i klas drugich szkoły ponadpodstawowej.

W klasach pierwszych wykorzystaliśmy sprawdzian przygotowany przez Oficynę Edukacyjną Krzysztof Pazdro.

We wszystkich klasach realizujemy podstawy programowe w oparciu o programy nauczania zaproponowane przez Oficynę Edukacyjną Krzysztof Pazdro. Sprawdziany powstały z wykorzystaniem materiałów metodycznych opublikowanych przez wyżej wymienione wydawnictwo.

doradca metodyczny
Piotr Darmas

Sprawdzian diagnostyczny po klasie drugiej szkoły ponadgimnazjalnej.

GRUPA A

1. (5 pkt) Dana jest funkcja liniowa $f(x) = x + 3$.
 - a) Narysuj wykres funkcji f w prostokątnym układzie współrzędnych.
 - b) Określ monotoniczność funkcji i ustal, dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości ujemne.
 - c) Oblicz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych.
 - d) Rozwiąż nierówność $f(1 - x) \leq 2x + 1$, a następnie wskaż najmniejszą liczbę pierwszą, która spełnia tę nierówność.

2. (5 pkt) Narysuj wykres funkcji kwadratowej $f(x) = 4x - x^2$.
 - a) Przedstaw wzór funkcji f w postaci kanonicznej.
 - b) Rozwiąż nierówność $4x - x^2 < 3$

3. (5 pkt) W równoległoboku $ABCD$ boki mają długość 7 cm i 10 cm, a dłuższa wysokość DP jest równa 8 cm. Oblicz:
 - a) długość krótszej wysokości DQ tego równoległoboku,
 - b) obwód i pole czworokąta $ABPD$.

4. (5 pkt) Trzy liczby x, y, z , w podanej kolejności, tworzą ciąg arytmetyczny. Suma tych liczb jest równa 30. Jeżeli każdą z liczb x i z zmniejszymy o 5, a liczbę y zmniejszymy o 6, to otrzymane liczby będą trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wyznacz ciąg arytmetyczny (x, y, z) .

GRUPA B

- (5 pkt) Dana jest funkcja liniowa $f(x) = -x + 2$.
 - Naszkiuj wykres funkcji f w prostokątnym układzie współrzędnych.
 - Określ monotoniczność funkcji i ustal, dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości dodatnie.
 - Oblicz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych.
 - Rozwiąż nierówność $f(x + 1) \geq 3x - 1$, a następnie wskaż najmniejszą liczbę pierwszą, która nie spełnia tej nierówności.
- (5 pkt) Naszkicuj wykres funkcji kwadratowej $f(x) = -4x + 2x^2$.
 - Przedstaw wzór funkcji f w postaci kanonicznej.
 - Rozwiąż nierówność $-4x + 2x^2 > 6$.
- (5 pkt) W równoległoboku $ABCD$ boki mają długość 9 cm i 10 cm, a krótsza wysokość DP jest równa 7,2 cm. Oblicz:
 - dłuższą wysokość DQ tego równoległoboku,
 - obwód i pole czworokąta $ABQD$.
- (5 pkt) Trzy liczby a, b, c w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Suma tych liczb jest równa 36. Jeżeli liczbę a zmniejszymy o 6, liczbę b zmniejszymy o 4, a c zwiększymy o 2, to otrzymane liczby będą trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wyznacz ciąg arytmetyczny (a, b, c) .

Propozycja schematu oceniania

Zadanie 1.

- a) 1 punkt,
- b) 1 punkt za pełną odpowiedź,
- c) 1 punkt za pełną odpowiedź,
- d) 1 punkt za zapisanie nierówności i 1 punkt za rozwiązanie i odpowiedź.

Zadanie 2.

2 punkty za wykonanie wykresu,

- a) 1 punkt,
- b) 2 punkty.

Zadanie 3.

- a) 1 punkt,
- b) 2 punkty za obliczenie obwodu i 2 punkty za obliczenie pola powierzchni.

Zadanie 4.

2 punkty za wykorzystanie własności ciągu arytmetycznego i obliczenie środkowej liczby,

2 punkty za wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i obliczenie pozostałych liczb,

1 punkt za podanie odpowiedzi.

Sprawdzian opracowali:

Jolanta Woźniak i Piotr Darmas

Sprawdzian diagnostyczny po klasie pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej

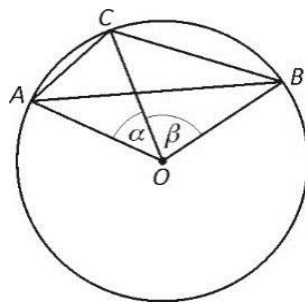
Grupa A

Zadanie 1.(4 pkt)

- a) Rozwiąż równanie $(x - 1)^2 - (x + 4)^2 + 2x + 31 = 0$.
b) Oblicz wartość wyrażenia $\log_a 0,125 + \log_{\sqrt{2}} a$, gdzie a jest rozwiązaniem danego równania.

Zadanie 2.(4 pkt)

Na rysunku poniżej dany jest okrąg o środku w punkcie O i kąty:
 $a = 50^\circ$, $b = 80^\circ$.



- a) Oblicz miary kątów trójkąta ABC .
b) Wyraż w procentach, jaką część długości okręgu stanowi długość łuku AB , do którego nie należy punkt C . Wynik przedstaw w przybliżeniu dziesiętnym z dokładnością do 1%.

Zadanie 3.(4 pkt)

W trójkącie prostokątnym jedna przyprostokątna jest o 3 cm krótsza od przeciwprostokątnej. Druga przyprostokątna ma długość 9 cm. Oblicz:

- a) obwód trójkąta,
b) długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie,
c) długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt,
d) odległość punktu przecięcia środkowych trójkąta od wierzchołka kąta prostego.

Zadanie 4.(4 pkt)

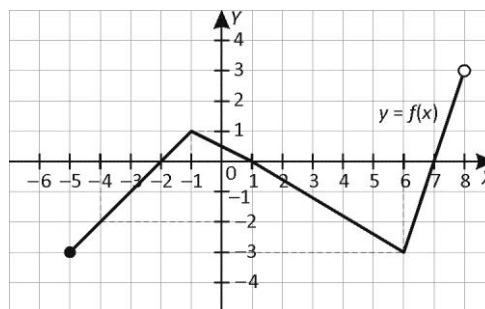
Dane jest wyrażenie: $\sin a + \sin a \cdot \operatorname{tg}^2 a$, gdzie $a \in (0^\circ, 90^\circ)$.

- a) Wykaż, że dla dowolnego kąta ostrego a dane wyrażenie równa się $\frac{\operatorname{tg} a}{\cos a}$.
b) Oblicz wartość tego wyrażenia dla $a = 60^\circ$.

Zadanie 5.(4 pkt)

Na podstawie wykresu funkcji f podaj:

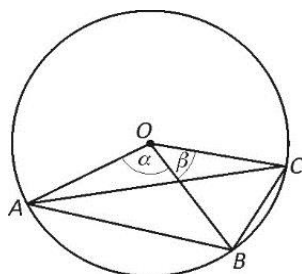
- dziedzinę funkcji f ,
- zbiór wartości funkcji f ,
- zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne,
- maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca.

**Grupa B****Zadanie 1.(4 pkt)**

- Rozwiąż równanie $(x + 5)^2 - (x - 3)^2 - x - 91 = 0$.
- Oblicz wartość wyrażenia $\log_a 0,2 + \log_{\sqrt{5}} a$, gdzie a jest rozwiązaniem danego równania.

Zadanie 2. (4 pkt)

Na rysunku poniżej dany jest okrąg o środku w punkcie O i kąty:
 $a = 90^\circ$, $b = 40^\circ$.



- Oblicz miary kątów trójkąta ABC .
- Wyraź w procentach, jaką część długości okręgu stanowi długość łuku AC , do którego należy punkt B . Wynik przedstaw w przybliżeniu dziesiętnym z dokładnością do 1%.

Zadanie 3.(4 pkt)

W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna jest o 2 cm dłuższa od jednej przyprostokątnej. Druga przyprostokątna ma długość 10 cm. Oblicz:

- obwód trójkąta,
- długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie,
- długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt,
- odległość punktu przecięcia środkowych trójkąta od wierzchołka kąta prostego.

Zadanie 4.(4 pkt)

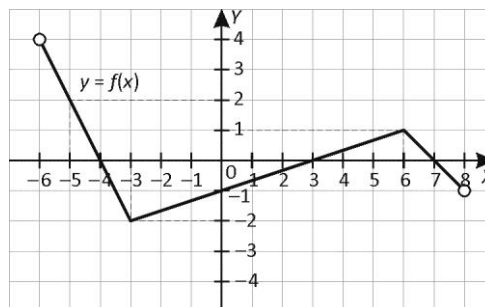
Dane jest wyrażenie: $\cos\alpha + \cos\alpha \cdot \operatorname{ctg}^2\alpha$, gdzie $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$.

- Wykaż, że dla dowolnego kąta ostrego α dane wyrażenie równa się $\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\sin\alpha}$.
- Oblicz wartość tego wyrażenia dla $\alpha = 30^\circ$.

Zadanie 5.(4 pkt)

Na podstawie wykresu funkcji f podaj:

- dziedzinę funkcji f ,
- zbiór wartości funkcji f ,
- zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości dodatnie,
- maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca.

**Propozycja schematu oceniania****Zadanie 1.**

- 2 punkty,
- 2 punkt.

Zadanie 2.

- 3 punkty,
- 1 punkty.

Zadanie 3.

- 2 punkty z obliczenie długości boków trójkąta,
- i b) 1 punkt,
 - i d) 1 punkt.

Zadanie 4.

- 3 punkty
- 1 punkt

Zadanie 5.

- 1 punkt
- 1 punkt
- 1 punkt,
- 1 punkt.

Sprawdzian opracował:

Piotr Darmas

**Sprawdzian diagnostyczny po klasie pierwszej szkoły
ponadpodstawowej.**

Grupa A

Zad. 1 (3p)

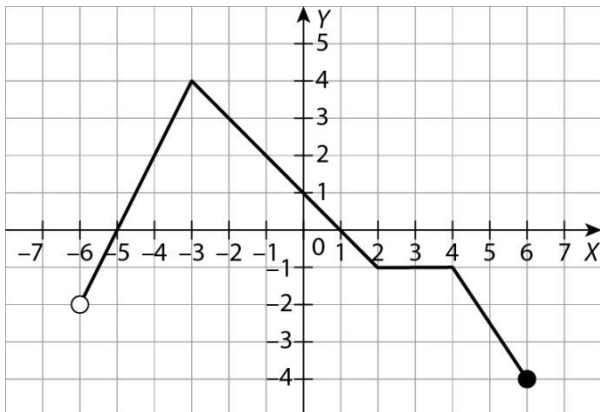
Uporządkuj rosnąco liczby:

$$a = 2|1 - \sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 2| + |-4| \cdot |2|, b = \frac{3\frac{2}{5} + 4,6 : 2\frac{7}{8}}{0, (3)}, c = \text{NWD}(36, 92).$$

Zad. 2 (5p)

Czy rozwiązanie równania $(2x + 1)^2 - 16(2 + x) = 4(x - 20)^2$
należy do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{3x-1}{4} - \frac{x+1}{8} \geq \frac{5x+1}{6} - 3$?

Zad. 3 (5p) Dany jest wykres funkcji f .



Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) dziedzinę funkcji f ,
- b) zbiór wartości funkcji f ,
- c) miejsca zerowe funkcji f ,
- d) maksymalne przedziały, w których funkcja f jest rosnąca,
- e) maksymalne przedziały, w których funkcja f jest malejąca,
- f) przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie,
- g) przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości ujemne,

- h) wartość wyrażenia $f(0) \cdot f(6)$,
 i) czy funkcja jest różnowartościowa?
 j) czy funkcja jest parzysta?

Zad. 4 (4p)

Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty $A(2,3), B(5, -3)$. Narysuj wykres funkcji. Wyznacz punkty przecięcia wykresu z osiami układu współrzędnych.

Zad. 5 (5 p)

Boki trójkąta mają długości 16, 14,10. Oblicz długość wysokości poprowadzonej na najdłuższy bok tego trójkąta.

Zad. 6 (3 p)

Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α , jeśli $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Grupa B

Zad. 1 (3p)

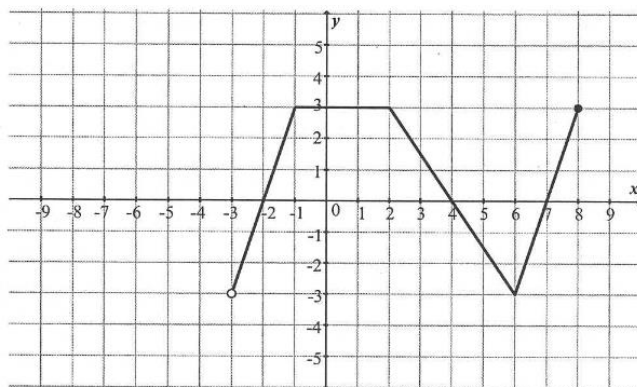
Uporządkuj rosnąco liczby:

$$a = 2|1 - \sqrt{3}| - |2\sqrt{3} - 3| + |-3| \cdot |2|, b = \frac{2^{\frac{3}{5}} + 4,8 : 3^{\frac{3}{7}}}{0,6}, c = \text{NWD}(28,88).$$

Zad. 2 (5p)

Czy rozwiązanie równania $(2x - 1)^2 - 16(2 - x) = 4(x + 20)^2$ należy do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{2x+1}{4} - \frac{x-2}{5} < \frac{x+2}{8} - 2$?

Zad. 3 (5p) Dany jest wykres funkcji f.



Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) dziedzinę funkcji f ,
- b) zbiór wartości funkcji f ,
- c) miejsca zerowe funkcji f ,
- d) maksymalne przedziały, w których funkcja f jest rosnąca,
- e) maksymalne przedziały, w których funkcja f jest malejąca,
- f) przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie,
- g) przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości ujemne,
- h) wartość wyrażenia $f(0) \cdot f(6)$,
- i) czy funkcja jest różnowartościowa?
- j) czy funkcja jest parzysta?

Zad. 4 (4p)

Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty $A(2, -3), B(5, 3)$. Narysuj wykres funkcji. Wyznacz punkty przecięcia wykresu z osiami układu współrzędnych.

Zad. 5 (5 p)

Boki trójkąta mają długości 32, 28, 20. Oblicz długość wysokości poprowadzonej na najdłuższy bok tego trójkąta.

Zad. 6 (3 p)

Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α , jeśli $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Propozycja schematu oceniania

Zadanie 1.

- 1 punkt za obliczenie a,
- 1 punkt za obliczenie b,
- 1 punkt za obliczenie c i odpowiedź.

Zadanie 2.

2 punkty za rozwiązanie równania,
2 punkty za rozwiązanie nierówności,
1 punkty za odpowiedź.

Zadanie 3.

1 punkt za każde dwa podpunkty.

Zadanie 4.

2 punkty za napisanie wzoru funkcji,
1 punkty wykonanie wykresu,
1 punkt za podanie obu punktów.

Zadanie 5.

1 punkt za wykonanie rysunku z oznaczeniami,
2 punkty za ułożenie zależności na podstawie rysunku i wykorzystanie
tw. Pitagorasa lub wzoru Herona,
2 punkty za obliczenie wysokości.

Zadanie 6.

2 punkty za obliczenie cosinusa kąta,
1 punkt za obliczenie tangensa i cotangensa kąta.

Sprawdzian opracowali:

Monka Karasiewicz i Piotr Darmas